RAN-2508000605020012

RAN-2508000605020012

T.Y.B.Com (Sem. - V) Examination October - 2025

Major - Statistics (paper - VI) Statistical Inference

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book (2) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પુરા ગુણ દર્શાવે છે. (2) The digit to the right indicates the full marks of the question. (3) સાંખ્યાકીય કોષ્ટક અને સાદું કેલ્ક્યુલેટર વાપરી શકાશે. (3) Statistical tables and simple calculators may be used. (4) માંગ પર આલેખપત્ર આપવામાં આવશે. (4) Chart paper will be provided on demand.	Student's Signature

પ્ર.1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (ગમે તે પાંચ) **(10)**

1) આગણનકારની વ્યાખ્યા આપો.
2) જો T એ θ નો સંગત આગણનકાર હોય અને n નિદર્શ કદ હોય તો બતાવો કે આગણક $t = \left(\frac{n-a}{n-b}\right)T$ પણ પ્રચલ θ નો સંગત આગણનકાર છે જ્યાં a અને b અચલ છે.
3) સંભાવના વિધેય $f(x, \theta) = \theta\, e^{-\theta x}$; $0 \le x \le \infty, \theta > 0$ માંના પ્રચલ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક માટે વિસંભાવના વિધેય શોધો.
4) મહત્તમ વિસંભાવના આગણક સમજાવો.
5) પ્રચલના આગણનની પધ્ધતિઓ જણાવો.
6) 100 કદના યદ્દચ્છ નિદર્શનો મધ્યક 15 છે, સમષ્ટિ વિચરણ 25 છે. સમષ્ટિ મધ્યક માટે 99% વિશ્વસનીય અંતરાલ શોધો.
7) સમષ્ટિ પ્રમાણ માટે 100 $(1 - \alpha)$% વિશ્વસનીય અંતરાલનું સૂત્ર લખો.

પ્ર.2. (a) બે અવલોકનોનો એક યદ્દચ્છ નિદર્શ અજ્ઞાત મધ્યક μ વાળી સમષ્ટિમાંથી પુરવણીસહીત સેવામાં આવે છે. આ એકમોના માપ X_1 અને X_2 છે. μ માટે નીચેના બે આગણકો સૂચવવામાં આવ્યા છેઃ **(06)**

(i) $\frac{X_1 + X_2}{2}$ (ii) $\frac{2X_1 + 3X_2}{5}$

શું આ બંને આગણકો અનભિનત છે? આ બંનેમાંથી ક્યો વધુ દક્ષ છે?

(b) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય. **(08)**

$f(x,\theta = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}$; જ્યાં $x = 0,1,2, \ldots\infty$

હોય તો પ્રચલ θ માટે મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો અને આ આગણકનું વિચરણ શોધો.

OR

પ્ર.2. (a) દ્વિપદી વિતરણ $f(x, n, \theta) = \binom{n}{x}\theta^x (1-\theta)^{n-x}$ જ્યાં $x = 1,2,3,\ldots\ldots n,\ 0 \le \theta \le 1$ હોય તો θ^2 નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો જ્યાં θ એ દ્વિપદી વિતરણનો પ્રાચલ છે અને n જ્ઞાત છે વળી, $\theta^2 + 1$ નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો. **(06)**

(b) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય **(08)**

$f(x, \theta) = (1 + \theta)\, x^{\theta}$ જ્યાં $\theta > 0$ અને $0 \le x \le 1$.

માટે n નિરીક્ષણો પર આધારિત પ્રચલ θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો.

પ્ર.3. (a) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ જ્યાં $x > 0$ અને $\theta > 0$ વાળી સમષ્ટિમાંથી n કદનો એક યદચ્છ લેવામાં આવે છે. પ્રધાતની રીતનો ઉપયોગ કરીને પ્રચલ θ નો આગણક શોધો. **(07)**

(b) એક પર્યાવરણીય વૈજ્ઞાનિક એક નદીમાં ચોકકસ પ્રદૂષકની સરેરાશ સાંદ્રતાનો અંદાજ લગાવવા માંગે છે. તેઓ નદીના વિવિધ સ્થળોએથી 150 પાણીના નમૂનાઓનો યાદચ્છિક નમૂનો લે છે. વિશ્લેષણ નીચે મુજબની માહિતી દર્શાવે છે: **(07)**

નિદર્શના પ્રદૂષકની સાંદ્રતાનો મધ્યક $(\bar{x})$: 5.8 *ppm*

નિદર્શના પ્રદૂષકની સાંદ્રતાનો પ્રમાણિત વિચલન (s): 1.2 *ppm*

નદીમાં પ્રદૂષકની સાંદ્રતાના સમષ્ટિ મધ્યક માટે 95% અને 99% વિશ્વસનીય અંતરાલ શોધો.

OR

પ્ર.3. (a) મધ્યક μ અને વિચરણ σ^2 વાળી પ્રામાણ્ય સમષ્ટિમાંથી લીધેલ n કદવાળા નિદર્શ ઉપર આધારિત પ્રધાતોની રીત વડે સમષ્ટિના પ્રચલોના આગણક મેળવો. **(07)**

(b) એક છૂટક વેપાર કરતી કંપની તેના બે સ્ટોર, સ્ટોર A અને સ્ટોર B ના દૈનિક સરેરાશ વેચાણની સરખામણી કરવા માંગે છે. સ્ટોર A માંથી 15 દિવસનો યાદચ્છિક નમૂનો અને સ્ટોર B માંથી 12 દિવસનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યો. તે પરથી નીચે મુજબની માહિતી મળે છે: **(07)**

સ્ટોર **A:** દૈનિક વેચાણનું નિદર્શ મધ્યક ₹ 1,500 અને નિદર્શ પ્રમાણિત વિચલન ₹ 250.

સ્ટોર **B:** દૈનિક વેચાણનું નિદર્શ મધ્યક ₹ 1,420 અને નમૂનાનું પ્રમાણિત વિચલન ₹ 280.

સ્ટોર A અને સ્ટોર B ના દૈનિક વેચાણના મધ્યક વચ્ચેના તફાવત માટે 95% વિશ્વાસનીય અંતરાલ શોધો.

પ્ર.4. **નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (ગમે તે ત્રણ)** **(12)**

1) બિંદુ આગણન અને અંતર આગણન સમજાવો.
2) પર્યાપ્ત આગણક સમજાવો.
3) પ્રચલોના આગણન માટેની પ્રધાતની રીત સમજાવો.
4) એક સિવિલ એન્જિનિયર બાંધકામ પ્રોજેક્ટ માટે કોંક્રિટ બ્લોકસની ગુણવત્તાનું નિરીક્ષણ કરી રહ્યા છે. તેમની કમ્પ્રેસિવ સ્ટ્રેન્થની સુસંગતતા સુનિશ્ચિત કરવા માટે, 16 બ્લોકસનો યાદચ્છિક નિદર્શનું પરીક્ષણ કરવામાં આવે છે. કમ્પ્રેસિવ સ્ટ્રેન્થનું નિદર્શ પ્રમાણિત વિચલન 150 psi હોવાનું જાણવા મળ્યું. જો કમ્પ્રેસિવ સ્ટ્રેન્થ પ્રમાન્ય રીતે વિતરિત થયેલ હોય, તો કોંક્રિટ બ્લોકસની સ્ટ્રેન્થના સમષ્ટિ વિચરણ માટે 90% વિશ્વસનીય સીમા શોધો.
5) એક જાહેર આરોગ્ય સંશોધક નવી ફલૂ રસીની અસરકારકતાનો અંદાજ લગાવવા માટે એક અભ્યાસ કરી રહ્યા છે. ફલૂની સિઝન દરમિયાન, રસી લેનાર 950 લોકોનો યાદચ્છિક નિદર્શ નિરીક્ષણ હેઠળ રાખવામાં આવે છે. સિઝનના અંતે, તેમાંથી 880 લોકોને ફલૂ થયો ન હતો.
આ નવી રસી દ્વારા ફલૂથી સુરક્ષિત થનારા તમામ લોકોના પ્રમાણ માટે 90% વિશ્વસનીય અંતરાલ શોધો.

ENGLISH VERSION

Q.1. **Answer the following question (Any five)** **(10)**

(1) Define an estimator.

(2) If T is a consistent estimator of θ and n isthe sample size, show that the estimator $t = \left(\frac{n - a}{n - b}\right)T$ is also a consistent estimator of the parameter θ. where a and b are constants.

(3) Find the likelihood function for the maximum likelihood estimator of θ in the probability function $f(x, \theta) = \theta\, e^{-\theta x}$; $0 \le x \le \infty$, $\theta > 0$

(4) Explain the maximum likelihood estimator.

(5) State the methods of estimation of parameter.

(6) A random sample of size 100 has mean 15, the population variance being 25. Find the 99% confidence interval for the population mean.

(7) What is the formula of 100 $(1 - \alpha)$% confidence interval for population proportion?

Q.2. (a) A random sample of two observations is drawn with replacement from a population with unknown mean μ. The measures of these observations are X_1 and X_2. The following two estimators are suggested for μ: **(06)**

(i) $\frac{X_1 + X_2}{2}$ (ii) $\frac{2X_1 + 3X_2}{5}$

Are both these estimators unbiased? Which of the two is more efficient?

(b) If the probability function **(08)**

$f(x,\theta = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}$ $where\ x = 0,1,2, ...\infty$

then find the maximum likelihood estimator for the parameter θ and find the variance of this estimator.

OR

Q.2. (a) Binomial distribution $f(x,n,\theta) = = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$, where $x = 1,2,3,.....\ n,$ **(06)**

$0 \le \theta \le 1$ then obtain an unbaised estimator of θ^2 where θ is parameter of binomial distribution and n is known, also obtain an unbaised estimator of $\theta^2 + 1$.

(b) Derive the maximum likelihood estimator for the parameter θ based on n observations for the probability density function **(08)**

$f(x, \theta) = (1 - \theta)\, x^{\theta}$, where $\theta > 0$ and $0 \le x \le 1$.

Q.3. (a) A random sample of size n is drawn from a population with probability density function $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ where $x > 0$ and $\theta > 0$. Find the estimator for the parameter θ using the method of moments. **(07)**

(b) A cn environmental scientist wants to estimate the average concentration of a certain pollutant in a river. They take a random sample of 150 water samples from various locations along the river. The analysis reveals the following information: **(07)**

Sample mean ofthe pollutant's concentration ($\bar{x}$): 5.8 *ppm*

Sample standard deviation of the pollutant's concentration (s): 1.2 *ppm*

Find the 95% and 99% confidence intervals for the population mean concentration of the pollutant in the river.

OR

Q.3. (a) Find the estimators for the population parameters using the method of moments, based on a sample of size n taken from a normal population with mean μ and variance σ^2. **(07)**

(b) Aretail company wants to compare the average daily sales of its two stores, Store. Aand Store B. A random sample of 15 days was taken from Store A, and a random sample of 12 days was taken from Store B. The following information was obtained: **(07)**

Store A: The sample mean of daily sales is ₹ 1,500 and the sample standard deviation is ₹ 250.

Store B: The sample mean of daily sales is ₹ 1,420 and the sample standard deviation is ₹ 280.

Find a 95% confidence interval for the difference between the means of the daily sales of Store A and Store B.

Q.3. Answer the following question (Any three) (12)

(1) Explain Point estimatorand Interval estimator.

(2) Explain the sufficient estimator.

(3) Explain the method of moments for the estimation of parameters

(4) A civil engineer is inspecting the quality of concrete blocks for a construction project. To ensure the consistency of their compressive strength, a random sample of 16 blocks is tested. The sample standard deviation of the compressive strength is found to be 150 psi. Assuming the compressive strength is normally distributed, construct a 90% confidence interval for the true population variance of the concrete block strength.

(5) A public health researcher is conducting a study to estimate the effectiveness of a new flu vaccine. A random sample of 950 people who received the vaccine is monitored during the flu season. At the end of the season, it is found that 880 of these people did not contract the flu.

Find 90% confidence interval for the proportion of all people who would be protected from the flu by this new vaccine.